

Дополнительное вступительное испытание по математике
Демонстрационный вариант

1. Решите уравнение

$$|1 - |2 - x|| = 3 - |x|$$

Ответ: $x \in \{-1\} \cup [2; 3]$.

2. Решите уравнение

$$\frac{\cos^2 x}{1 + \sin x} = -2 \cos 2x.$$

Ответ: $x = (-1)^n \arcsin \frac{3}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

3. Решите неравенство

$$\sqrt{17 \cdot 9^x - 4^x} \geq 3^x - 3 \cdot 2^x.$$

Ответ: $x \geq \frac{1}{2} \log_{\frac{2}{3}} 17$.

4. Решите неравенство

$$\log_{\frac{1}{2}}(x - 2) > \frac{1}{\log_{\frac{1}{2}}(x - 2)} + \frac{3}{2}.$$

Ответ: $x \in \left(2; \frac{9}{4}\right) \cup (3; 2 + 2\sqrt{3})$.

5. Изобразите на декартовой плоскости Oxy геометрическое место точек (x, y) , координаты которых удовлетворяют неравенству

$$\log_{x^2+y^2}(x + y) \geq 1.$$

Найдите площадь полученной фигуры.

Ответ: 1.

6. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$|1 - ax| = 1 + (1 - 2a)x + ax^2$$

имеет только одно решение.

Ответ: $a = 0, a = 1$.

7. В треугольнике ABC проведены медиана BM и биссектриса AL . Отношение площадей треугольников AOM и BOL равно $5/9$. Чему равно отношение площадей треугольника AOB и четырехугольника $CMOL$?

Ответ: $15/11$.

8. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 14x - 10y + 58 = 0, \\ \sqrt{x^2 + y^2 - 16x - 12y + 100} + \sqrt{x^2 + y^2 + 4x - 20y + 104} = 2\sqrt{29}. \end{cases}$$

Ответ: $x = \frac{217 - 5\sqrt{415}}{29}, y = \frac{180 + 2\sqrt{415}}{29}$.